

文章编号: 1000-7598(2012)03-0713-06

边坡物理模型倾斜加载方式的研究

吴 剑^{1,2}, 张振华², 王幸林², 晏华斌², 刘德富²

(1. 中国长江三峡集团公司, 湖北 宜昌 443001; 2. 三峡大学 土木建筑学院, 湖北 宜昌 443002)

摘 要: 模型试验是研究边坡失稳机制的重要技术手段, 通过倾斜模型获得滑坡的变形破坏过程也是常用的试验方法。作为一种试验加载方法, 倾斜加载方式的可控性、倾斜过程中应力场的相似性都是影响该方法应用的关键性问题。为了研究试验方法的可控性, 以块状滑体为例, 分析计算了模型倾斜和离心加载两种试验方法对滑块抗滑安全系数的影响过程, 结果表明, 倾斜加载方法可以随着倾斜角度的增加连续地降低滑块的抗滑安全系数, 而离心加载方式仅在 $1g \sim 10g$ 范围内对滑块的抗滑安全系数产生显著影响。为了比较模型倾斜前后模型内部应力场的相似性, 建立了物理模型的数值计算模型, 模拟不同倾斜角条件下坡体内的应力场。计算结果表明, 模型倾斜过程中, 坡体中部应力状态保持稳定, 倾斜角较大时, 坡体的前缘滑带位置应力状态变化较大, 前缘进入塑性变形的可能性增大, 局部应力场变化有利于模拟水库型滑坡的破坏机制。为了验证倾斜模型模拟滑坡破坏过程的应用效果, 以千将坪滑坡为原型, 采用倾斜加载方式进行破坏模型试验, 获得了滑坡的破坏过程。与非连续变形分析方法(DDA)模拟的结果相比, 模型试验得到的破坏形态更接近实际滑坡。

关 键 词: 物理模型试验; 倾斜加载; 局部应力场变化; 水库型滑坡

中图分类号: P642.22

文献标识码: A

Study of inclined loading mode on slope in physical model test

WU Jian^{1,2}, ZHANG Zhen-hua², WANG Xing-lin², YAN Hua-bin², LIU De-fu²

(1. China Three Gorges Corporation, Yichang, Hubei 443001, China;

2. College of Civil Engineering & Architecture, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China)

Abstract: Usually a physical model can be built to simulate the failure process of slope and study the instability mechanism of slope, while inclined model is a typical loading method to simulate the failure process. As a loading method, the controllability of loading mode and similarity of stress field during inclining process are significant points that can influence the application of the method. In order to study the controllability of test, taking bulk slip mass for example, the influences of inclined model and centrifugal loading methods on anti-sliding safety factor of slip mass are analyzed. The results show that anti-sliding safety factor decreases persistently with the inclination angle increasing in the inclined loading mode. But the anti-sliding safety factors of centrifugal loading test are influenced obviously when the acceleration is in the range of $1g \sim 10g$ (where g is acceleration of gravity). In order to compare the similarities of stress field in the model before and after inclining, a numerical model of physical slope is built to simulate stress fields with different inclination angles. The results show that the stress state in the middle of slope keep steady; the stress state in the front part of slope changes greatly when the inclination angle is larger; variation of local stress field is propitious to simulate the failure process of reservoir landslide. In order to verify the application effect of the inclined model to landslide failure process, a slope model test is taken based on the prototype of Qianjiangping landslide; the failure process of landslide is obtained. Comparing with the results simulated by discontinuous deformation analysis (DDA) method, the failure form obtained from inclined model test is closer to the real condition of landslide.

Key words: physical model test; inclined loading; local stress field changes; reservoir landslide

1 引 言

模型试验是研究边坡失稳机制的重要技术手

段。通常边坡模型试验中对应的不同失稳机制的坡体, 采用不同的加载方式来获得边坡的失稳破坏过程^[1-3]。目前常用的两种加载方式为倾斜加载和离

收稿日期: 2010-09-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 50809036); 十一五科技支撑计划项目(No. 2008BAB29B03)。

第一作者简介: 吴剑, 男, 1973年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为岩土工程。E-mail: wujian73@163.com

心加载。

倾斜加载方式是通过整体倾斜物理模型使边坡下滑力和阻滑力之间的比例关系发生改变,促使边坡失稳过程的发生。周维垣等^[4]所做的锦屏高边坡稳定三维地质力学模型试验就是采用逐步倾斜方式获得了模型的破坏模式,同时在这个试验中提出模型整体转动的角度可以作为评价边坡安全度的指标;罗先启等^[5]在对石榴树包滑坡机制进行研究时采用倾斜模型的方式模拟石榴树包滑坡变形破坏机制。

离心机试验是通过提高离心机的旋转速度,使模型获得较高的离心加速度。在离心加速度的作用下,离心机中模型内部的应力水平可以达到与原型相接近的水平,模型加载也可以通过提高离心加速度的方式实现^[6-10]。

根据相似理论,模型几何尺寸缩小,要使模型的应力水平与原型一致,可以通过提高模型重力加速度或是提高材料重度来实现。如离心模型试验是通过提高模型的重力加速度来实现模型的应力水平与原型相近的技术手段。但离心加速度作为加载手段,只适合模拟重力加载导致边坡失稳这种失稳机制,而无法模拟库岸边坡在库水位作用下岸坡岩土体的软化引起岸坡失稳的机制。相比离心模型加载方式,倾斜加载方式虽然对模型内部应力分布与原型的相似性有一定的影响,但通过模型倾斜的方式可以模拟库水变化引起库岸边坡岩土体软化而引降低力学强度的机制。因此,倾斜加载方法与提高离心加速度的方法相比,更适合模拟库水作用下滑坡的变形破坏机制。

本文通过对物理试验模型在倾斜过程中整体稳定状态的变化规律以及模型内部局部应力变化规律的梳理总结,阐述倾斜试验模型作为一种促使边坡物理模型达到破坏状态的技术手段,及其所具备的技术特点和内在规律,并以实际滑坡试验为例,证实模型倾斜所得到的破坏形态与原型的相似性,为模型倾斜加载方式的应用提供参考。

2 模型倾角与模型安全系数的关系

滑坡模型成型时,为了保证模型成型后保持稳定状态,成型后滑体初始稳定安全系数 K_0 值不仅大于1,且要有较大裕量。定义安全系数裕量

$$\Delta K = K_0 - 1 \quad (1)$$

在模拟库水位作用下,滑坡模型的整体稳定安全系数会有所降低($\Delta K'$),但往往 $\Delta K' < \Delta K$,库

水位作用不能导致模型破坏,需要采取一定技术措施使滑坡模型的安全系数处在 $1 \leq K \leq 1 + \Delta K'$ 范围内。在这种状态下,再模拟库水位作用下滑坡模型才可能形成整体破坏,才能实现对库水位与滑坡失稳的响应机制的模拟。因此,模型试验中的各种加载方式应当保证模型整体稳定性平稳地进入到接近破坏的状态。

倾斜加载方法是降低滑坡模型整体稳定安全系数的有效方法。以块状滑体为例(见图1),当模型倾斜角度为0时,坡度为 α 的斜坡上,滑体处于稳定状态,此时下滑力应小于等于最大抗滑力,即

$$G \sin \alpha \leq cA + G \cos \alpha \tan \varphi \quad (2)$$

式中: G 为滑体重力; α 为斜坡倾角; c 为滑动面黏聚力; A 为滑动面面积; φ 为滑动面摩擦角。滑体稳定安全系数

$$K_0 = \frac{cA + G \cos \alpha \tan \varphi}{G \sin \alpha} = \left(\frac{cA}{G} \csc \alpha + \cot \alpha \tan \varphi \right) \geq 1 \quad (3)$$

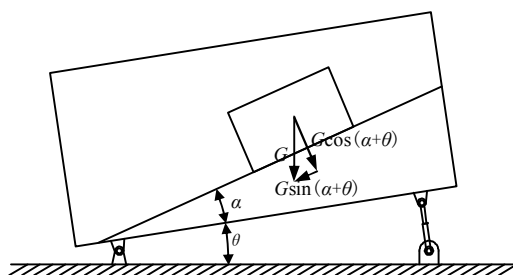


图1 倾斜模型示意图

Fig.1 Sketch of inclining model

模型倾斜角度为 θ 的情况下,模型安全系数为

$$K_i = \csc(\alpha + \theta) \frac{cA}{G} + \cot(\alpha + \theta) \tan \varphi \quad (4)$$

其中 $\csc(\alpha + \theta)$ 和 $\cot(\alpha + \theta)$ 随 θ 的增加而减小,相应的模型安全系数减小。

如果模型处在 n 倍重力加速度作用下,且倾斜角度为0时,模型安全系数为

$$K_c = \frac{\csc \alpha}{n} \frac{cA}{G} + \cot \alpha \tan \varphi \quad (5)$$

其中仅第1项系数缩小了 n 倍,第2项与 K_0 一致。

对比式(4)、(5),倾斜加载方式下模型安全系数公式中两项都会随倾斜角度增加而连续变小。而离心加载方式下模型安全系数公式中第1项会加速度增加而变小,第2项为常量。

为了比较两种加载方式对模型整体稳定安全系数的影响, 试将参数 $A=1\text{ m}^2$ 、 $G=9.8\text{ kN}$ 、 $\alpha=10^\circ$ 、 $c=2.5\text{ kPa}$ 、 $\varphi=15^\circ$ 代入式 (4)、(5), 计算比较两组工况下的安全系数: ①加速度 $a=1g$, 倾斜角度 θ 分别为 0° 、 2° 、 4° 、 6° 、 8° 、 10° ; ②倾斜角度 $\theta=0^\circ$, 加速度 a 分别为 $10g$ 、 $20g$ 、 $30g$ 、 $40g$ 、 $50g$ 。其计算结果示于图 2。

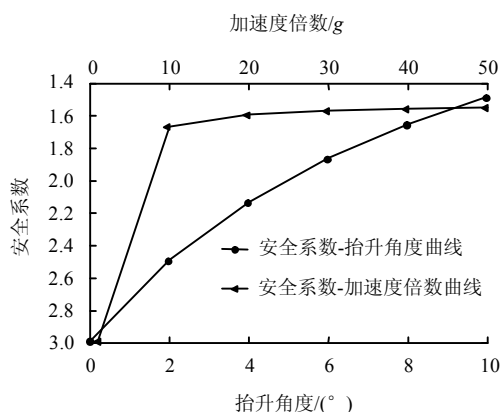


图2 倾斜角度、加速度与安全系数关系图

Fig.2 Relations between inclining angle, acceleration and safety factor

从图中可以看出, 当加速度倍数超过 $10g$ 后, 安全系数的变化将不明显; 而采用倾斜模型方式, 模型安全系数随倾斜角度的增大而连续降低, 因此, 调整模型整体稳定状态, 采用倾斜加载方式更为适合。

3 倾斜过程中局部应力状态的变化

通过模型倾斜可以降低模型整体稳定性, 而模型局部应力场如何变化? 可以建立一个滑坡物理模型的数值模型, 模拟模型倾斜过程中的应力变化, 并通过比较倾斜前后的局部应力状态来评价倾斜模型的应力场相似性。

千将坪滑坡是一个典型水库型滑坡, 为了研究其破坏机制, 三峡大学利用大型滑坡试验平台进行了该滑坡的物理模型试验, 以此滑坡物理模型为原型建立数值模型, 并模拟分析模型倾斜过程中局部应力场的变化趋势。

3.1 模型的建立

以三峡库区千将坪滑坡为例, 根据该滑坡模型试验确定的几何相似比 $1:190$, 建立滑坡主滑动剖面的数值网格模型 (见图 3), 该网格模型包括滑体、滑带和基岩 (共 13 934 个节点, 6 840 个单元)。

千将坪滑坡岩土体物理力学参数主要有岩土体

密度 ρ 、弹性模量 E 、泊松比 ν 、凝聚力 c 、内摩擦角 φ , 根据《三峡库区千将坪滑坡形成机制研究总报告》中提供的有关岩土体的物理力学性质试验数据及参数建议值为基本依据, 并类比三峡库区其他类似滑坡岩土体的物理力学性质参数值, 综合确定出三峡库区千将坪滑坡岩土体的取值, 具体见表 1。

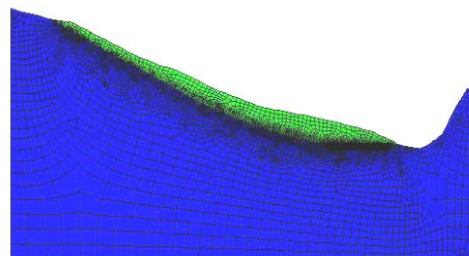


图3 千将坪滑坡物理模型的数值网格模型

Fig.3 Numerical meshes of the physical model for Qianjiangping Landslide

表1 模型材料参数

Table 1 Parameters of model materials

材料	弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	凝聚力 c/kPa	内摩擦角 $\varphi/^\circ$	剪胀角 $\psi/^\circ$	密度 $\rho/(\text{g}/\text{cm}^3)$
滑体	4.0	0.31	15.0	25.0	10	245
滑带	0.5	0.42	2.5	10.8	10	232
基岩	20.0	0.26	4 000.0	42.0	10	260

数值模拟采用有限差分软件 FLAC 进行计算。数值模拟的滑坡物理模型边界条件为模型前后左右边界施加垂直于边界面的法向约束, 模型底部采用固定端约束, 滑坡模型地表为自由边界。

3.2 计算工况

模拟模型架的倾斜角度为 0° 、 2° 、 5° 、 8° 和 10° 的条件下 (改变重力加速度方向, 不改变重力加速度大小) 千将坪滑坡模型受重力作用。

3.3 计算结果分析

图 4 是不同倾斜角度下模型第一主应力 σ_1 云图和第三主应力 σ_3 云图。

在剖面上设立一系列观察剖面, 每个剖面在坡体表面位置、接近滑带位置以及距滑带 $1/2$ 深度位置设 3 个观察点 (单元), 观测点的分布及编号如图 5 所示。通过比较观测点 (单元) 在不同计算工况下的应力状态来分析不同位置应力状态的变化趋势。

表 2 是不同倾斜角度模型各个观测点的第一主应力和第三主应力值。整体上看, 模型倾斜后模型中段 (2、3、4 断面) 的第一主应力值和第三主应力值在模型倾斜过程中保持相对稳定。

前缘 5 断面的 5-2 和 5-3 两点的第一主应力值在倾斜角度从 5° 变化到 10° 时显著增大, 且 $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$ 增大。如果再加上库水位作用, 该位置将首先出现塑性破坏, 这与许多采用强度折减法分析边坡的塑性变形发展趋势的计算成果一致^[11-14]。分析总结数值模拟的成果认为, 倾斜加载方式会引起模型内部应力场的变化, 但最主要的变化趋势是模型前缘的偏应力增大, 前缘进入塑性变形的可能性增大。而库水位主要作用在滑坡前缘位置, 因此, 这样的应力场变化有利于模拟水库型滑坡的破坏机制。

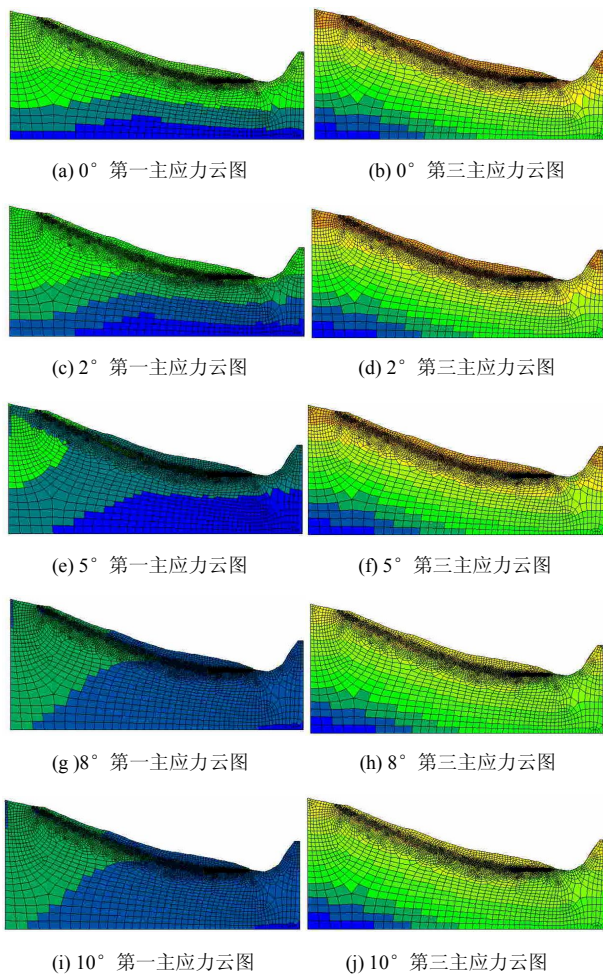


图 4 不同倾斜角度模型第一主应力和第三主应力云图

Fig.4 Nephograms of the maximum and minor principal stresses with different inclining angles

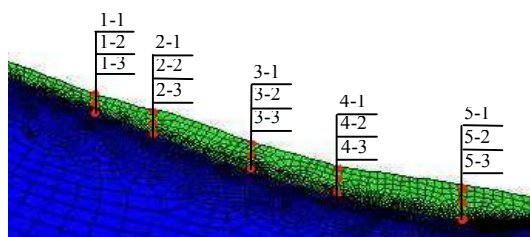


图 5 观测点分布图

Fig.5 Layout of observation points

表 2 不同倾斜角度第一主应力值和第三主应力值(单位: kPa)
Table 2 Values of the maximum and minor principal stresses with different inclining angles (unit: kPa)

观测点	0°		2°		5°		8°		10°	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
1-1	0.80	0.46	0.55	0.27	0.49	-0.32	0.45	-0.85	0.41	-4.04
1-2	2.92	1.36	2.77	1.00	2.53	0.41	2.27	-0.03	2.11	-3.13
1-3	4.77	1.76	4.50	1.39	3.98	0.70	3.38	0.32	3.21	-2.95
2-1	0.87	0.51	1.00	0.55	1.25	0.57	1.83	0.56	0.71	0.24
2-2	3.26	1.18	3.26	1.30	3.27	1.43	3.42	1.67	2.85	0.36
2-3	5.05	1.61	5.04	1.72	5.01	1.85	5.04	2.13	4.48	0.72
3-1	0.77	0.18	1.25	0.37	2.32	0.44	3.71	0.46	2.75	0.43
3-2	4.45	1.33	4.84	1.63	5.57	1.91	6.70	1.99	6.22	1.41
3-3	5.90	2.08	5.97	2.36	6.05	2.19	7.17	1.30	7.29	0.20
4-1	0.65	0.29	1.01	0.42	2.69	0.49	5.12	0.53	5.12	0.51
4-2	4.93	1.61	5.18	1.64	6.03	2.64	7.39	3.29	6.85	3.15
4-3	8.06	3.51	8.48	3.21	9.61	4.16	10.68	4.88	9.79	4.54
5-1	1.33	0.57	1.58	0.57	2.16	0.56	3.54	0.54	3.69	0.47
5-2	4.40	2.57	4.51	2.71	4.89	2.87	6.10	2.78	7.99	1.68
5-3	7.14	3.83	7.21	3.98	7.52	4.25	8.74	3.81	19.01	2.44

4 倾斜模型试验实例

为了说明倾斜模型模拟水库型滑坡的模拟效果, 将千将坪滑坡模型通过倾斜加载得到的最终破坏形态与滑坡原型以及采用 DDA 方法分析得到的破坏形态进行对比, 观察 3 种破坏形态的相似性。

千将坪滑坡模型试验是根据千将坪滑坡机制研究所确定的滑坡主剖面进行模型试验的。原型剖面概化成 3 个部分: 滑体、滑带和滑床 (见图 6), 通过模型材料试验确定各部分材料配合比后, 按 1:190 比例尺堆筑而成。试验过程中按照滑坡发生前实际的降雨及水库水位变化过程, 按相似率折算, 模拟施加库水位变化和降雨过程。考虑到模型边壁的接触摩擦, 模型需要补偿倾斜一定角度, 因为无法精确计算出这个角度, 试验中采用逐步抬升, 并在每个倾斜状态下进行降雨与库水位变动。模型在倾斜角度为 10° 情况下, 在库水位上升并耦合降雨条件下发生整体滑动。图 7 是千将坪滑坡物理试验模型在破坏前的形态, 图 8 是模型试验结束后坡体的堆积形态, 为了便于比较, 将滑坡原型滑前、滑后的地质剖面按比例绘制在图片上。可以看到滑坡原型滑后堆积形态与模型堆积形态完全一致。

图 9 是采用 DDA 方法模拟的千将坪滑坡物理模型试验剖面在蓄水和降雨联合作用下, 滑坡体产生整体性滑动后最后形成的堆积断面, 图中标示了滑坡滑前坡脚与滑后坡脚冲击停留位置之间的滑动距离。将物理模型试验得到的前缘滑距、DDA 方法分析得到的前缘滑距以及滑坡原型的实际滑距进行对比 (见表 3) 可以发现, 模型试验得到的破坏形态更接近实际滑坡, 说明通过倾斜模型的方式获得的边坡破坏形态和原型具有很好的相似性, 利用倾斜模型研究边坡破坏模式是可行的。

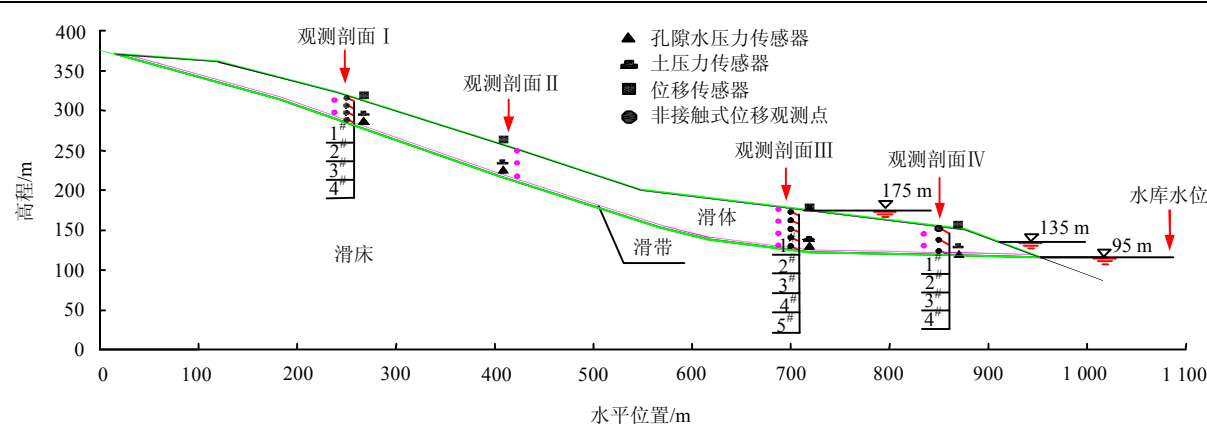


图 6 千将坪滑坡模型试验剖面
Fig.6 Test section of Qianjiangping Landslide

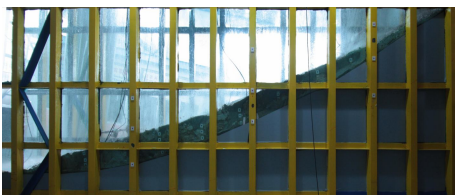


图 7 滑坡滑动前形态
Fig.7 Section of slope before sliding

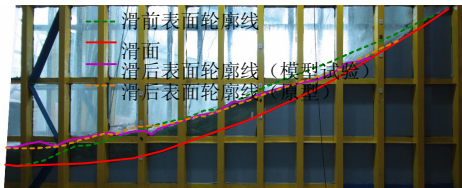


图 8 滑后堆积形态
Fig.8 Accumulation form after sliding

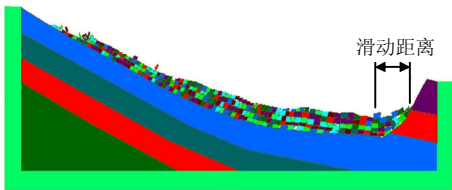


图 9 数值模拟得到的滑后堆积形态
Fig.9 Accumulation form after sliding
obtained from numerical simulation

表 3 物理模型试验和数值模拟得到的前缘滑距对比
Table 3 Comparison of sliding distances of
the front edge between physical model
test and numerical simulation

模型类型	原型	物理模型 (×190)	DDA 数值模型
前缘滑距/m	160~180	156.6	205

5 结 论

(1) 倾斜模型是在获得滑坡破坏模式的一种较为便利的方法。随着模型倾斜角度的增加，滑坡（边

坡）模型的整体稳定性将连续降低；增加模型加速度，模型的整体稳定性也会降低，但当加速度倍数超过一定数值，加速度对模型的整体稳定性不明显，因此，倾斜加载方式适合条件模型整体稳定性。

(2) 通过对不同倾斜角度的物理试验模型的数值模拟，认为倾斜加载方式会引起模型内部应力场的变化，但最主要的变化趋势是模型前缘的偏应力增大，前缘进入塑性变形的可能性增大。而库水位主要作用在滑坡前缘位置，因此，这样的应力场变化有利于模拟水库型滑坡的破坏机制。

(3) 以千将坪滑坡为例，进行了滑坡破坏过程的物理模型模拟试验，通过逐步加大模型架的倾斜角度，并施加降雨和水库水位，获得了滑坡的破坏过程，模型破坏后的堆积形态与滑坡原型一致，说明通过倾斜模型的方式获得的边坡破坏形态与原型有很好的 consistency。

参 考 文 献

[1] 朱维申, 张玉军, 任伟中. 系统锚杆对三峡船闸高边坡岩体加固作用的块体相似模型试验研究[J]. 岩土力学, 1996, 17(2): 1—6.
ZHU Wei-shen, ZHANG Yu-jun, REN Wei-zhong. Similar model block tests for reinforcing effects of systematic bolts on rock mass of high slope of Three Gorges flight lock[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1996, 17(2): 1—6.
[2] 陈陆望, 白世伟, 李一帆. 开采倾斜近地表矿体地表及围岩变形陷落的模型试验研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(6): 885—889, 894.
CHEN Lu-wang, BAI Shi-wei, LI Yi-fan. Model test study of deformation and subsidence of ground surface and surrounding rock caused by exploiting inclining mine near surface[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(6):

- 885—889, 894.
- [3] 卢增木, 陈从新, 左保成, 等. 对影响逆倾层状边坡稳定性因素的模型试验研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(4): 629—632, 647.
- LU Zeng-mu, CHEN Cong-xin, ZUO Bao-cheng, et al. Experimentation research on factors influencing stability of anti-dip layered slope[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(4): 629—632, 647.
- [4] 周维垣, 林鹏, 杨强, 等. 锦屏高边坡稳定三维地质力学模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(5): 893—901.
- ZHOU Wei-yuan, LIN Peng, YANG Qiang, et al. Experimental research on stability of Jinping high slope with three-dimensional geomechanical model[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(5): 893—901.
- [5] 罗先启, 刘德富, 吴剑, 等. 雨水及库水作用下滑坡模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(14): 2476—2483.
- LUO Xian-qi, LIU De-fu, WU Jian, et al. Model test study of landslide under rainfall and reservoir water fluctuation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(14): 2476—2483.
- [6] 李邵军, KNAPPETT J A, 冯夏庭. 库水位升降条件下边坡失稳离心模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1586—1593.
- LI Shao-jun, KNAPPETT J A, FENG Xia-ting. Centrifugal test on slope instability influenced by rise and fall of reservoir water level[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(8): 1586—1593.
- [7] 牟太平, 张嘎, 张建民. 土坡破坏过程的离心模型试验研究[J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2006, 46(9): 1522—1525.
- MU Tai-ping, ZHANG Ga, ZHANG Jian-min. Centrifuge modeling of failures of cohesive soil slopes[J]. **Journal of Tsinghua University(Science and Technology)**, 2006, 46(9): 1522—1525.
- [8] 王丽萍, 张嘎, 张建民, 等. 土钉加固黏性土坡动力离心模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(6): 1226—1230.
- WANG Li-ping, ZHANG Ga, ZHANG Jian-min, et al. Dynamic centrifuge modeling test of cohesive soil slopes reinforced with soil nailing[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(6): 1226—1230.
- [9] 高长胜, 陈生水, 徐光明, 等. 堤防边坡稳定离心模型试验技术[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(23): 4308—4312.
- GAO Chang-sheng, CHEN Sheng-shui, XU Guang-ming, et al. Centrifugal model test on slope stability of levee project[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(23): 4308—4312.
- [10] 吴俊贤, 倪至宽, 高汉棧. 土石坝的动态反应: 离心机模型试验与数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 1—14.
- WU Chunh-sien, NI Chin-kuan, KO Hon-yim. Seismic reaction of earth and rockfill dam: Centrifuge modeling test and numerical simulation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(1): 1—14.
- [11] 连镇营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 407—411.
- LIAN Zhen-ying, HAN Guo-cheng, KONG Xian-jing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(4): 407—411.
- [12] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座 II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 332—336.
- ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG Yu-fang. Study of slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(2): 332—336.
- [13] 刘祚秋, 周翠英, 董立国, 等. 边坡稳定及加固分析的有限元强度折减法[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 558—561.
- LIU Zuo-qiu, ZHOU Cui-ying, DONG Li-guo, et al. Slope stability and strengthening analysis by strength reduction FEM[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(4): 558—561.
- [14] 张鲁渝, 郑颖人, 赵尚毅, 等. 有限元强度折减系数法计算土坡稳定安全系数的精度研究[J]. 水利学报, 2003, (1): 21—27.
- ZHANG Lu-yu, ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, et al. The feasibility study of strength reduction method with FEM for calculating safety factors of soil slope stability[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2003, (1): 21—27.